**绝密★启用前**

**202l年普通高等学校招生全国统一考试（甲卷）**

**文科数学**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设集合，则

A． B． C． D．

2．为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图：



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是

A．该地农户家庭年收入低于4.5万元的农户比率估计为6%

B．该地农户家庭年收入不低于10.5万元的农户比率估计为10%

C．估计该地农户家庭年收入的平均值不超过6.5万元

D．估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于4.5万元至8.5万元之间

3．已知，则

A． B． C． D．

4．下列函数中是增函数的为

A． B． C． D．

5．点到双曲线的一条渐近线的距离为

A． B． C． D．

6．青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量．通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据*L*和小数记录法的数据*V*满足．已知某同学视力的五分记录法的数据为4.9，则其视力的小数记录法的数据约为（）

A．1.5 B．1.2 C．0.8 D．0.6

7．在一个正方体中，过顶点*A*的三条棱的中点分别为*E*，*F*，*G*．该正方体截去三棱锥后，所得多面体的三视图中，正视图如右图所示，则相应的侧视图是



A． B． C． D．

8．在中，已知，，，则

A．1 B． C． D．3

9．记为等比数列的前*n*项和．若，，则

A．7 B．8 C．9 D．10

10．将3个1和2个0随机排成一行，则2个0不相邻的概率为

A．0.3 B．0.5 C．0.6 D．0.8

11．若，则

A． B． C． D．

12．设是定义域为**R**的奇函数，且．若，则

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．若向量满足，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知一个圆锥的底面半径为6，其体积为，则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．已知函数的部分图像如图所示，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



16．已知为椭圆*C*：的两个焦点，*P*，*Q*为*C*上关于坐标原点对称的两点，且，则四边形的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程程或演算步骤.第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分．**

17．（12分）

甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了200件产品，产品的质量情况统计如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 一级品 | 二级品 | 合计 |
| 甲机床 | 150 | 50 | 200 |
| 乙机床 | 120 | 80 | 200 |
| 合计 | 270 | 130 | 400 |

（1）甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

（2）能否有99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

附：，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

18．（12分）

记为数列的前*n*项和，已知，且数列是等差数列，证明：是等差数列．

19．（12分）

已知直三棱柱中，侧面为正方形，，*E*，*F*分别为和的中点，．



（1）求三棱锥的体积；

（2）已知*D*为棱上的点，证明：．

20．（12分）

设函数，其中．

（1）讨论的单调性；

（2）若的图像与*x*轴没有公共点，求*a*的取值范围．

21．（12分）

抛物线*C*的顶点为坐标原点*O*．焦点在*x*轴上，直线*l*：交*C*于*P*，*Q*两点，且．已知点，且与*l*相切．

（1）求*C*，的方程；

（2）设是*C*上的三个点，直线，均与相切．判断直线与的位置关系，并说明理由．

**（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线*C*的极坐标方程为．

（1）将*C*的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）设点*A*的直角坐标为，*M*为*C*上的动点，点*P*满足，写出的轨迹的参数方程，并判断*C*与是否有公共点．

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知函数．



（1）画出和的图像；

（2）若，求*a*的取值范围．

**202l年普通高等学校招生全国统一考试（甲卷）**

**文科数学参考答案**

一、选择题

1.B 2.C 3.B 4.D 5.A 6.C 7.D 8.D 9.A 10.C 11.A 12.C

二、填空题

13.  14.  15.  16. 8

三、解答题

（一）必考题

17. （1）75%；60%；（2）能.

18. 【详解】∵数列是等差数列，设公差为

∴，

∴，

∴当时，

当时，，满足，

∴的通项公式为，

∴

∴是等差数列.

19. (1)；

（2）由（1）的结论可将几何体补形为一个棱长为2的正方体，如图所示，取棱的中点，连结，



正方形中，为中点，则，

又，

故平面，而平面，

从而.

20. （1）的减区间为，增区间为；（2）.

21. （1）抛物线，方程为；

（2）相切，**[方法一]：**设

若斜率不存在，则方程为或，

若方程为，根据对称性不妨设，

则过与圆相切的另一条直线方程为，

此时该直线与抛物线只有一个交点，即不存在，不合题意；

若方程为，根据对称性不妨设

则过与圆相切的直线为，

又，

，此时直线关于轴对称，

所以直线与圆相切；

若直线斜率均存在，

则，

所以直线方程，

整理得，

同理直线的方程为，

直线的方程为，

与圆相切，

整理得，

与圆相切，同理

所以为方程的两根，

，

到直线的距离为：



，

所以直线与圆相切；

综上若直线与圆相切，则直线与圆相切.

**[方法二]【最优解】：**设．

当时，同**解法1**．

当时，直线的方程为，即．

由直线与相切得，化简得，

同理，由直线与相切得．

因为方程同时经过点，所以的直线方程为，点*M*到直线距离为．

所以直线与相切．

综上所述，若直线与相切，则直线与相切．

（二）选考题

22. （1）；（2）*P*的轨迹的参数方程为（为参数），*C*与没有公共点.

23.（1）可得，画出图像如下：



，画出函数图像如下：



（2）

**扫码关注学科网数学服务号，第一时间获取2021年高考真题、答案、解析**

**及更多优质数学教学资源**



