2020年普通高等学校招生全国统一考试

数 学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合*A*={*x*|1≤*x*≤3}，*B*={*x*|2<*x*<4}，则*A*∪*B*=

A．{*x*|2<*x*≤3} B．{*x*|2≤*x*≤3}

C．{*x*|1≤*x*<4} D．{*x*|1<*x*<4}

2．

A．1 B．−1

C．i D．−i

3．6名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者，每名同学只去1个场馆，甲场馆安排1名，乙场馆安排2名，丙场馆安排3名，则不同的安排方法共有

A．120种 B．90种

C．60种 D．30种

4．日晷是中国古代用来测定时间的仪器，利用与晷面垂直的晷针投射到晷面的影子来测定时间．把地球看成一个球(球心记为*O*)，地球上一点*A*的纬度是指*OA*与地球赤道所在平面所成角，点*A*处的水平面是指过点*A*且与*OA*垂直的平面.在点*A*处放置一个日晷，若晷面与赤道所在平面平行，点*A*处的纬度为北纬40°，则晷针与点*A*处的水平面所成角为



A．20° B．40°

C．50° D．90°

5．某中学的学生积极参加体育锻炼，其中有96%的学生喜欢足球或游泳，60%的学生喜欢足球，82%的学生喜欢游泳，则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是

A．62% B．56%

C．46% D．42%

6．基本再生数*R*0与世代间隔*T*是新冠肺炎的流行病学基本参数.基本再生数指一个感染者传染的平均人数，世代间隔指相邻两代间传染所需的平均时间.在新冠肺炎疫情初始阶段，可以用指数模型：描述累计感染病例数*I*(*t*)随时间*t*(单位:天)的变化规律，指数增长率*r*与*R*0，*T*近似满足*R*0 =1+*rT*.有学者基于已有数据估计出*R*0=3.28，*T*=6.据此，在新冠肺炎疫情初始阶段，累计感染病例数增加1倍需要的时间约为(ln2≈0.69)

A．1.2天 B．1.8天

C．2.5天 D．3.5天

7．已知*P*是边长为2的正六边形*ABCDEF*内的一点，则的取值范围是

A． B．

C． D．

8．若定义在的奇函数*f*(*x*)在单调递减，且*f*(2)=0，则满足的*x*的取值范围是

A． B．

C． D．

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分。

9．已知曲线.

A．若*m*>*n*>0，则*C*是椭圆，其焦点在*y*轴上

B．若*m*=*n*>0，则*C*是圆，其半径为

C．若*mn*<0，则*C*是双曲线，其渐近线方程为

D．若*m*=0，*n*>0，则*C*是两条直线

10．下图是函数*y*= sin(*ωx*+*φ*)的部分图像，则sin(*ωx*+*φ*)=



A． B． C． D．

11．已知*a*>0，*b*>0，且*a*+*b*=1，则

A． B．

C． D．

12．信息熵是信息论中的一个重要概念.设随机变量*X*所有可能的取值为，且，定义*X*的信息熵.

A．若*n*=1，则*H*(*X*)=0

B．若*n*=2，则*H*(*X*)随着**的增大而增大

C．若，则*H*(*X*)随着*n*的增大而增大

D．若*n*=2*m*，随机变量*Y*所有可能的取值为，且，则*H*(*X*)≤*H*(*Y*)

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．斜率为的直线过抛物线*C*：*y*2=4*x*的焦点，且与*C*交于*A*，*B*两点，则=\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．将数列{2*n*–1}与{3*n*–2}的公共项从小到大排列得到数列{*an*}，则{*an*}的前*n*项和为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．某中学开展劳动实习，学生加工制作零件，零件的截面如图所示．*O*为圆孔及轮廓圆弧*AB*所在圆的圆心，*A*是圆弧*AB*与直线*AG*的切点，*B*是圆弧*AB*与直线*BC*的切点，四边形*DEFG*为矩形，*BC*⊥*DG*，垂足为*C*，tan∠*ODC*=，，*EF*=12 cm，*DE=*2 cm，*A*到直线*DE*和*EF*的距离均为7 cm，圆孔半径为1 cm，则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_cm2．



16．已知直四棱柱*ABCD*–*A*1*B*1*C*1*D*1的棱长均为2，∠*BAD*=60°．以为球心，为半径的球面与侧面*BCC*1*B*1的交线长为\_\_\_\_\_\_\_\_．

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10分）

在①，②，③这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，若问题中的三角形存在，求的值；若问题中的三角形不存在，说明理由．

问题：是否存在，它的内角的对边分别为，且，，\_\_\_\_\_\_\_\_?

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

18．（12分）

已知公比大于的等比数列满足．

（1）求的通项公式；

（2）记为在区间中的项的个数，求数列的前项和．

19．（12分）

为加强环境保护，治理空气污染，环境监测部门对某市空气质量进行调研，随机抽查了天空气中的和浓度（单位：），得下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   |  |  |  |
|  | 32 | 18 | 4 |
|  | 6 | 8 | 12 |
|  | 3 | 7 | 10 |

（1）估计事件“该市一天空气中浓度不超过，且浓度不超过”的概率；

（2）根据所给数据，完成下面的列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

（3）根据（2）中的列联表，判断是否有的把握认为该市一天空气中浓度与浓度有关？

附：，

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.050 0.010 0.001 |
|  | 3.841 6.635 10.828 |

20．（12分）

如图，四棱锥*P*-*ABCD*的底面为正方形，*PD*⊥底面*ABCD*．设平面*PAD*与平面*PBC*的交线为*l*．

（1）证明：*l*⊥平面*PDC*；

（2）已知*PD*=*AD*=1，*Q*为*l*上的点，求*PB*与平面*QCD*所成角的正弦值的最大值．



21．（12分）

已知函数．

（1）当时，求曲线*y*=*f*（*x*）在点（1，*f*（1））处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积；

（2）若*f*（*x*）≥1，求*a*的取值范围．

22．（12分）

已知椭圆*C*：的离心率为，且过点*A*（2，1）．

（1）求*C*的方程：

（2）点*M*，*N*在*C*上，且*AM*⊥*AN*，*AD*⊥*MN*，*D*为垂足．证明：存在定点*Q*，使得|*DQ*|为定值．

参考答案

一、选择题

1．C 2．D 3．C 4．B

5．C 6．B 7．A 8．D

二、选择题

9．ACD 10．BC 11．ABD 12．AC

三、填空题

13． 14． 15． 16．

四、解答题

17．解：

**方案一：**选条件①．

由和余弦定理得．

由及正弦定理得．

于是，由此可得．

由①，解得．

因此，选条件①时问题中的三角形存在，此时．

**方案二：**选条件②．

由和余弦定理得．

由及正弦定理得．

于是，由此可得，，．

由②，所以．

因此，选条件②时问题中的三角形存在，此时．

**方案三：**选条件③．

由和余弦定理得．

由及正弦定理得．

于是，由此可得．

由③，与矛盾．

因此，选条件③时问题中的三角形不存在．

18．解：

（1）设的公比为．由题设得，．

解得（舍去），．由题设得．

所以的通项公式为．

（2）由题设及（1）知，且当时，．

所以



．

19．解：

（1）根据抽查数据，该市100天的空气中PM2.5浓度不超过75，且浓度不超过150的天数为,因此,该市一天空气中PM2.5浓度不超过75，且浓度不超过150的概率的估计值为．

（2）根据抽查数据，可得列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   |  |  |
|  | 64 | 16 |
|  | 10 | 10 |

（3）根据（2）的列联表得．

由于，故有的把握认为该市一天空气中浓度与浓度有关．

20．解：

（1）因为底面，所以．

又底面为正方形，所以，因此底面．

因为，平面，所以平面．

由已知得．因此平面．

（2）以为坐标原点，的方向为轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系．



则，，．

由（1）可设，则．

设是平面的法向量，则即

可取．

所以．

设与平面所成角为，则．

因为，当且仅当时等号成立，所以与平面所成角的正弦值的最大值为．

21．解：

的定义域为，．

（1）当时，，，

曲线在点处的切线方程为，即．

直线在轴，轴上的截距分别为，．

因此所求三角形的面积为．

（2）当时，．

当时，，．

当时，；当时，．

所以当时，取得最小值，最小值为，从而．

当时，．

综上，的取值范围是．

22．解：

（1）由题设得，，解得，．

所以的方程为．

（2）设，．

若直线与轴不垂直，设直线的方程为，

代入得．

于是．①

由知，故，

可得．

将①代入上式可得．

整理得．

因为不在直线上，所以，故，．

于是的方程为.

所以直线过点.

若直线与轴垂直，可得.

由得.

又，可得.解得（舍去），.

此时直线过点.

令为的中点，即.

若与不重合，则由题设知是的斜边，故.

若与重合，则.

综上，存在点，使得为定值.